【原著】

入学試験における歩留率の「歩留率モデル」に基づく解明

菅田節朗（慶應義塾大学薬学部）

入試の総得点を偏差値（x）に換算した。「仮に合格最低点が x 点だった場合の歩留率」という意味を有する部分歩留率 $y(x:max)$ を導入した。「歩留率モデル」に基づく数値計算により x と $y(x:max)$ との関係を調べたところ，逆 S 字型の負の相関が見られた。これは x と歩留率の相関とみなせる。この相関が本学薬学部入試の実測値とよく一致したことは，「歩留率モデル」の妥当性を裏付けている。この相関を用いた，簡便な入学者数予測法の可能性も示した。

1 はじめに

入学定員充足率を適正に保つことの重要性と困難さについては前報（菅田，2011）で論じた。入学試験における歩留率は，(歩留率)＝(入学者数)/(合格者数)という意味であり，過去の入試のその値はいとも簡単に求められる。しかし，歩留率の性質（どのような関数で表されるか等）はよく知られていないため，歩留率（または入学者数）の予測は難しい。

入学者数予測を目的に，著者は若干の仮定からなる単純な「歩留率モデル」を考えた（菅田， 2011）。その主な要点は，1)入試の総得点を偏差値に変換した；2)偏差値と各偏差値における歩留率（点歩留率）との相関を表すモデル曲線にはロジスティック曲線を用いた，この 2 点である。このモデルに基づく回帰分析法により本学薬学部の 2008 年度および 2009 年度入試の回帰分析を行い，その結果を用いて 2010 年度入試の入学者数予測を行い，よい結果を得た。2011 年度入試についても同様の予測を行い，よい結果を得ている（その詳細については機会があれば今後の数年分とまとめて後日発表したい）。しかし，本学薬学部にこの回帰分析法に対する不信が全く無いわけではなく，その不信は理解できる。第一の不信は，よい結果を得たと言っても，まだ実績が少ないことである（この点に関しては実績を積み重ねるしかない）。第二の不信は，実測の点歩留率のバラツキが相当大きいことである（そのためモデル曲線にロジスティック曲線を用いたことの妥当性を十分検証できていない）。

著者は前報（菅田，2011）で，歩留率は合格者数や受験者数，つまり実質倍率（(実質倍率)＝(受験者数)/(合格者数)）に左右される性質を有することを，「歩留率モデル」を用いて簡単に説明した。その際，「歩留率の年次推移のみから入学者数を予測するのは理にかなったやりかたではない」と結論付けた。しかし，その後，実質倍率は「合格最低点の偏差値（x)」と一対一の対応関係にあることに気づいた（2.1 参照)。それなら，歩留率は「合格最低点の偏差値（x)」の関数で表されるのではないか，つまり歩留率の性質を明らかにできるのではないかと考えた。その際，部分歩留率（2.2 参照）なら 1 回分の入試データから多数得られるので，1 回分の入試データからでも歩留率の性質を明らかにできると考えた。さらに，実測の点歩留率のバラツキと比べて，同じデータから得られる実測の部分歩留率のバラツキはかなり小さくなると予想できる。このような予想を確かめるため，本研究を開始することにした。

2 基礎的事項の検討

2.1 偏差値と実質倍率の関係

受験生の得点分布が理想的な正規分布を示す場合の，偏差値（正しくは線形等化法による偏差値）x と「x 以上を合格と仮定した場合の

実質倍率」との関係は，大部分の統計教科書に出ている標準正規確率分布表を使って計算しても求まるが，文献（室・石村，2003:177）を参考にEXCEL（Microsoft社の表計算ソフト）上で計算して求めた（表1）。その計算方法は，次の通りである。

（実質倍率）＝（受験者数）/（合格者数）
＝（全確率）/（x以上の確率）
＝1/｛1－（標準正規累積分布関数値）｝
＝1/(1－NORMSDIST((x-50)/10))

式中の(x-50)/10はxの平均(Mean;偏差値では 50)からのずれが標準偏差(SD;偏差値では10)の何倍であるかを表している。表1より，xと実質倍率の間には一対一の対応関係があるが，その関係は非線形であることがわかる。前報（菅田，2011）に合わせて，両者のうち x を本論文でも独立変数とした。

表1　偏差値xと「x以上を合格とした場合の実質倍率」との関係

偏差値x	30	40	50	60	70	80
実質倍率	1.023	1.189	2.000	6.303	43.96	740.8

2.2 歩留率関連用語

歩留率ということばの意味を数式で表すと，

（歩留率）＝（入学者数）/（合格者数）　(1)

となるが，本論文では歩留率ということばを特別な条件付で使い分ける必要があるため，歩留率関連の用語を下記にまとめ，あるいは定義（下記2)と3)）する。

1）歩留率　本論文では，狭義と広義の二つの意味で用いることとする。狭義の意味は，一般的に用いられている意味であり，あえてはっきりさせるなら，(1)式における(入学者数)と(合格者数)は，ある入試（たとえばある年度のある大学のある方式の入試）における全入学者数と全合格者数という意味であり，その入試の歩留率は一つの値しか持たない。広義の意味は，(1)式を満たしていることば，つまり狭義の意味に加えて下記の2）と3）で定義した用語の総称として用いる場合である。「歩留率」という語を狭義と広義の二つの意味で用いているということを意識してもらえば，どちらの意味で用いているかはおのずから明らかになると思う。

次の2）と3）の2つの用語は，著者が定義した用語であり，入試の総得点（実際はそれを偏差値に換算）の合格最低点（min）から最高点（max）までの間の実測の x 点の個数分の点歩留率および部分歩留率の実測値が存在する（$min \leqq x \leqq max$）。

2）点歩留率　前報（菅田，2011）で定義したとおり，任意の x 点における歩留率を意味し，本論文では $y(x)$ で表す(前報では y で表した)。偏差値 x 点における合格者数を $p(x)$ とし（p は合格(pass)に由来)，入学者数を $e(x)$ とし（e は入学(entrance)に由来)，これらの変数を(1)式に代入すると，(1)’式が得られる。

$y(x)=e(x)/p(x)$　(1)’

3）部分歩留率　任意の x 点から max 点までの得点範囲における歩留率を意味し，記号では $y(x\colon max)$ で表す。最高点 max から x までの $p(x)$ 値の累計つまり累計合格者数を $p(x\colon max)$ とし，同じく $e(x)$ 値の累計つまり累計入学者数を $e(x\colon max)$ とし，これらの変数を(1)式に代入すると，(1)’’式が得られる。

$y(x\colon max)=e(x\colon max)/p(x\colon max)$　(1)’’

特に，$x=min$ のときの部分歩留率は歩留率に等しい。部分歩留率 $y(x\colon max)$ は，「仮に合格最低点が x 点だった場合の歩留率」という意味であり，x と $y(x\colon max)$ の関係を明らかにすることは，歩留率の性質を明らかにすることになる。

2.3 「歩留率モデル」でロジスティック曲線を用いた理由

「歩留率モデル」のモデル曲線にロジスティック曲線を用いた理由を前報（菅田，2011）では説明しなかった。本論文はこのモデルに基づ

くため，改めてここで説明することとする。

本学薬学部の正規合格者の入試データの範囲(xは約 60～80)では，$y(x)$と xとの関係は，わずかに下に凸の曲線となった(菅田，2011)。このデータにモデル曲線として直線や放物線を当てはめることも可能であるが，（正規合格者の入試データの範囲外の）低 x域で点歩留率が 1.0 を越える等の矛盾点が出てくるので，直線と放物線はモデル曲線として採用しなかった。このような説明は文献（Pagano and Gauvreau, 2000 竹内監訳 2003:355）でもみられる。また，本学薬学部でも少子化による受験者数の減少は徐々に進行しており，そのため合否ラインも低 x化の傾向にあり，過去データの裏付けの無い低 x域の点歩留率を予測する必要性が増してきている。将来を見据えると，この点からも矛盾を含んだ直線と放物線はモデル曲線として好ましくないと考えた。

ところで，入試の点歩留率は，合格者が入学する場合を 1，入学しない場合を 0 とする二値確率変数である。このような場合にはロジスティック関数（3.2 の(2)式；x を独立変数とし $y(x)$を従属変数とする）で表すのが一般的である（Pagano and Gauvreau, 2000 竹内監訳 2003:353;高橋，2005:155）。また，その $y(x)$-xグラフは逆 S 字型曲線となり，$y(x)$は 0 と 1 の間の値をとることより，ロジスティック曲線（ロジスティック関数）をモデル曲線（関数）として採用した。

3 偏差値と部分歩留率との相関の数値計算による解明

点歩留率 $y(x)$が「歩留率モデル」に従う場合，つまり受験者の成績分布が理想的な正規分布となり，偏差値 xにおける点歩留率 $y(x)$はロジスティック関数に従って変化するという理想的な場合の x と部分歩留率 $y(x:max)$との相関を，合格者はすべて正規合格者のみとして調べた。できるだけ幅広い x の範囲について $y(x:max)$の変化をきめ細かく調べるため，x＝10～90 とした。この幅は，Mean(50)±4SD(10)を示しており，全受験者の 99.994%がこの中に含まれる。偏差値 xの変化幅は 0.25 とした。全受験者数を出現確率 1 とみなし，各 xにおける合格者数などは 1 に対する割合で表した。

参考とするため，$y(x)$をロジスティック関数以外の関数に置き換えた場合の x と $y(x:max)$との相関も調べた。

3.1 計算手順

全ての計算は EXCEL 上で行った。計算手順は以下の通りである。2)以降は，各 xにおける値をすべて表示させた(ただし 2)の $S_{f(x)}$を除く)。

1) 偏差値 xの値を 90(max)から 10 まで，0.25 刻みで，計 321 個表示（EXCEL：最初は「＝90」，その後は「＝前の xの値-0.25」の形)。
2) 正規分布の確率密度関数 $f(x)$の値を表示（EXCEL：「＝NORMDIST(x, Mean,SD,)」の形（蔵守，1995：234)）。ただし，Mean＝50,SD＝10 である。$f(x)$の値の総和を計算し，その値を $S_{f(x)}$とした(その値は 3.99976 であった)。
3) 合格者数 $p(x)$の値を表示（EXCEL：「＝$f(x)/S_{f(x)}$」の形)。
4) 点歩留率 $y(x)$を表示（3.2 参照)。
5) 入学者数 $e(x)$の値を，(1)’式より求める（EXCEL：「＝$p(x)*y(x)$」の形)。
6) 最高点 maxから xまでの $p(x)$値の累計，つまり累計合格者数 $p(x:max)$を表示（EXCEL：最初は「＝$p(x)$の最初の値」，あとは「＝前の $p(x:max)+p(x)$」の形)。
7) 最高点 maxから xまでの $e(x)$値の累計，つまり累計入学者数 $e(x:max)$を表示（EXCEL：最初は「＝$e(x)$の最初の値」，あとは「＝前の $e(x:max)+e(x)$」の形)。
8) 部分歩留率 $y(x:max)$の値を，(1)’’式より求める（EXCEL：「＝$e(x:max)/p(x:max)$」の形)。

3.2 点歩留率関数の違い

3.1 の計算手順の 4) の点歩留率関数 $y(x)$と

しては，下記4種類について行った。図は各々A図（偏差値 x と $p(x)$，$e(x)$，$y(x)$ との関係）とB図（x と $p(x{:}max)$，$e(x{:}max)$，$y(x{:}max)$ との関係）を作図した。ただし，$p(x)$ と $e(x)$ は縦軸を100倍に拡大して表示した（出現確率の目盛りは（　）内の数字となる）。全ての作図はEXCEL上で行った。

1)ロジスティック関数　この関数は(2)式で表される。

$$y(x)=1/\{1+A\exp(Bx)\} \qquad (2)$$

EXCEL表示は「＝1/(1+A*EXP(B*x))」の形とする。パラメーター A と B の例として，本学薬学部薬学科の2009年度入試データより，$A=4.18\times10^{-4}$ と $B=0.129$ を用いた（菅田， 2011）。結果は図1Aと図1Bに示した。

合格者数 $p(x)$ の最大値は当然 $x=50$ にあるが，$e(x)$ の最大値は $x=47.75$ にあった。部分歩留率 $y(x{:}max)$ と x との間には，図1Bの実線のように逆S字型の負の相関が見られた。低偏差値域での $y(x{:}max)$ の値は約0.735である（1に近くない）ことより，この曲線が図1Aの $y(x)$ 曲線と同じでないことはすぐわかる。変曲点は，$y(x)$ 曲線では x=60あたりに見られ，$y(x{:}max)$ 曲線では x=58.75あたりに見られることより，$y(x{:}max)$ 曲線は $y(x)$ 曲線を単に0.735倍に圧縮しただけでもないことがわかる。パラメーターの値にかかわらず，$y(x)$ が(2)式で表される

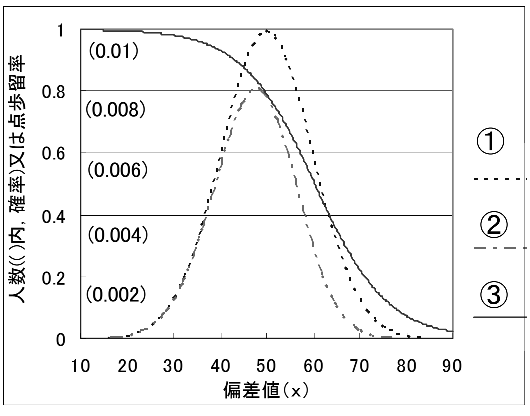

図1A　点歩留率関数 $y(x)$ がロジスティック関数の場合の ①;$p(x)$，②;$e(x)$，③;$y(x)$ 変化

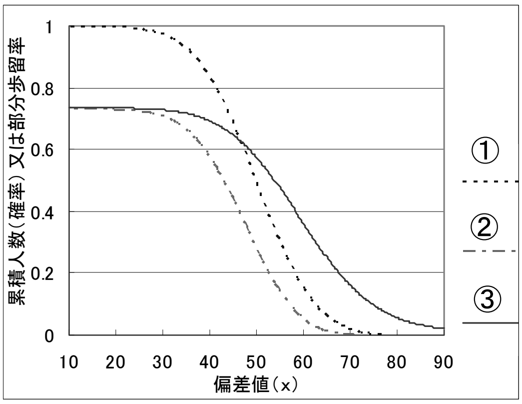

図1B　点歩留率関数 $y(x)$ がロジスティック関数の場合の ①;$p(x{:}max)$，②;$e(x{:}max)$，③;$y(x{:}max)$ 変化

場合の $y(x{:}max)$ を特に「モデル依存部分歩留率」と命名しておく。

2）定数　たとえば，$y(x)=0.5$ の場合である。EXCEL表示は「＝0.5」の形とする。結果は図2Aと図2Bに示した。入学者数 $e(x)$ は $p(x)$ の半分となるので，$e(x{:}max)$ も $p(x{:}max)$ の半分となる。したがって $y(x{:}max)$ は $y(x)$ と変わらず，$y(x{:}max)=0.5$ の直線となる。

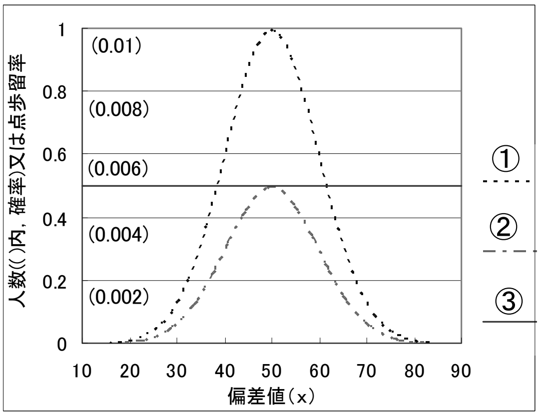

図2A　点歩留率関数 $y(x)$ が定数の場合の ①;$p(x)$，②;$e(x)$，③;$y(x)$ 変化

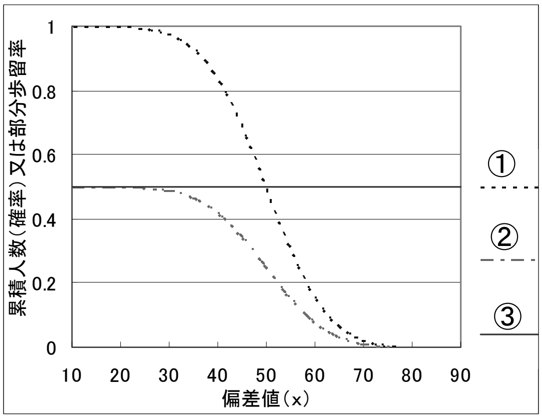

図 2B　点歩留率関数 $y(x)$ が定数の場合の①;$p(x{:}max)$，②;$e(x{:}max)$，③;$y(x{:}max)$ 変化

3）1 次関数　たとえば，$y(x)=1.125-0.0125x$ の場合である。EXCEL の表示は「＝

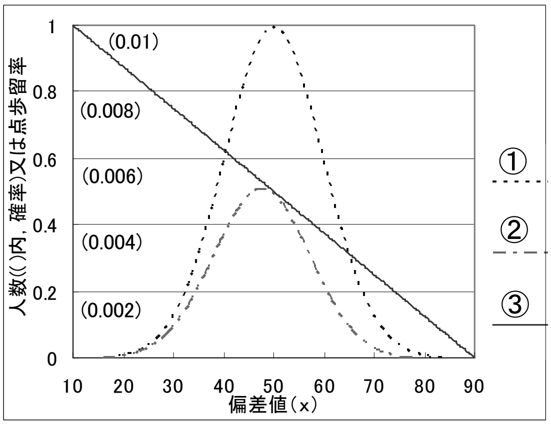

図 3A　点歩留率関数 $y(x)$ が 1 次関数の場合の①;$p(x)$，②;$e(x)$，③;$y(x)$ 変化

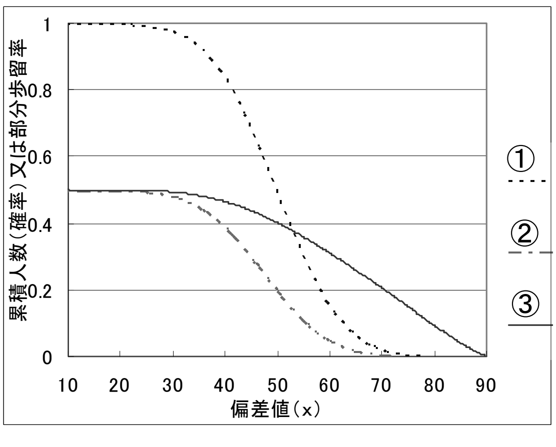

図 3B　点歩留率関数 $y(x)$ が 1 次関数の場合の①;$p(x{:}max)$，②;$e(x{:}max)$，③;$y(x{:}max)$ 変化

1.125−0.0125*x」の形とする。結果は，図３A と図 3B に示した。図３A 中の $e(x)$ の最大値は $x=47.75$ に出現している。図 3B 中の $y(x{:}max)$ のグラフは，高偏差値域を詳しく見るとわずかに逆 S 字型とも言えるが，大雑把に見ると 2 つの直線がなだらかにつながった上に凸の曲線と言える。

4）2 次関数　たとえば，$y(x)=(x-90)^2/6400$ の場合である。EXCEL の表示は「＝(x−90)^2/6400」の形とする。結果は，図 4A と図 4B に示す。図 4A 中の $e(x)$ の最大値は $x=45.5$ に出現している。図 4B 中の $y(x{:}max)$ のグラフは，逆 S 字型の曲線と言える。

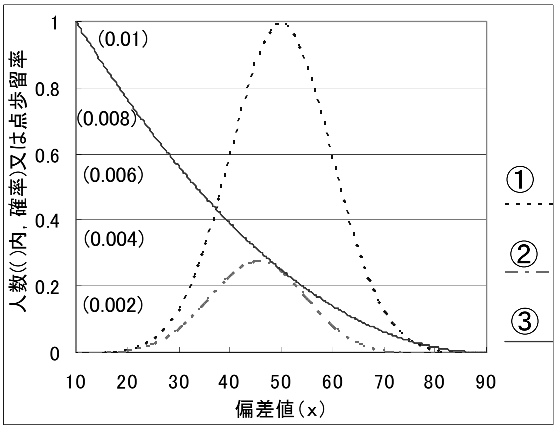

図 4A　点歩留率関数 $y(x)$ が 2 次関数の場合の①;$p(x)$，②;$e(x)$，③;$y(x)$ 変化

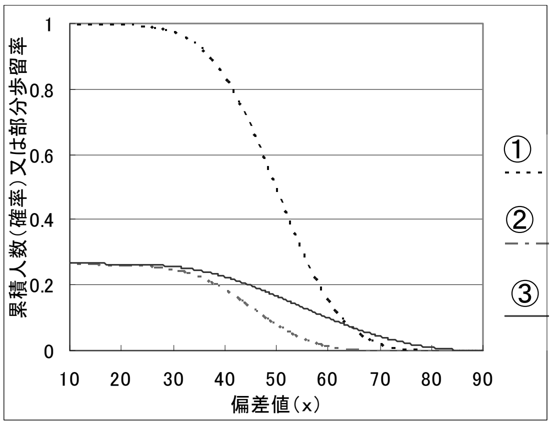

図 4B　点歩留率関数 $y(x)$ が 2 次関数の場合の①;$p(x{:}max)$，②;$e(x{:}max)$，③;$y(x{:}max)$ 変化

4 モデル依存部分歩留率曲線の実データによる裏づけと応用

点歩留率関数 $y(x)$がロジスティック関数で表される場合の $y(x:max)$をモデル依存部分歩留率(3.2 の 1) 参照)と命名したが，その曲線の実データによる裏づけと応用を検討した。すべての計算および作図は EXCEL 上で行った。

4.1 本学データによる裏付け

モデル依存部分歩留率の計算値 $y(x:max)_C$の妥当性が実在の入試データから得られた部分歩留率 $y(x:max)_0$により裏付けられるか検証した。実在の入試データとしては，本学薬学部薬学科の 2008 年度～2010 年度の一般入試（B 方式）の正規合格者のデータを用いた。

実測の部分歩留率 $y(x:max)_0$は，まず実際の累計合格者数 $p(x:max)_0$ と累計入学者数 $e(x:max)_0$ を求め，(1)'' より次式によりに求めた。

$$y(x:max)_0=e(x:max)_0/p(x:max)_0$$

計算値 $y(x:max)_C$の求め方は以下の通りである。先ず(2)式のパラメーターA および Bに適当な初期値を与えておいて，各 x ごとに $y(x)$の値を(2)式により計算し，これに実測の合格者数 $p(x)$を掛けて xにおける入学者数 $e(x)$とする。その入学者数を積算した値が，累計入学者数の計算値 $e(x:max)_C$となる。部分歩留率の計算値は(1)'' より次式より求めた。

$$y(x:max)_C=e(x:max)_C/p(x:max)_0$$

妥当な Aおよび Bの値は，(3)式

$$S=\sum_i w_i\{y(x:max)_{0,i}-y(x:max)_{C,i}\}^2 \qquad (3)$$

で計算される残差平方和(S)が最小になるようにAおよびBの値を定める最小二乗法により決定した（川瀬・内藤，2010：174）。ただし，w_i はある x における合格者数である。得られた $y(x:max)$の回帰曲線の実測値への適合度は，寄与率（R^2）を文献（市原，1990：238）により計算して評価した。得られた結果を表 2 に示す。パラメーターA と Bの値は前報（菅田，2011）の結果と若干異なり，R^2 の値は桁違いに大きくなった。結果の違いは計算方法が異なることによる。また，2009 年度については図 5 にグラフも示したが，逆 S 字型曲線の一部ではあるが，2 曲線がよく一致していることがわかる（2008 および 2010 年度についてもほぼ同様のグラフが得られた）。図 5 と表 2 中の R^2 の大きさを合わせて考えると，$y(x:max)_C$ 曲線が，$y(x:max)_0$により裏付けられたといえる。

表 2 回帰分析の結果（(2)式のパラメーターの求め方は 4.1 による；( )内は前報(菅田，2011)の値)

	年度	A	B	R^2
(2)式のパラメーター	2008	3.02×10^{-5}	0.171	0.889
		(3.78×10^{-4})	(0.132)	(0.0432)
	2009	5.43×10^{-4}	0.125	0.949
		(4.18×10^{-4})	(0.129)	(0.0346)
	2010	6.11×10^{-4}	0.124	0.922
		(8.81×10^{-4})	(0.118)	(0.0370)
(4)式のパラメーター	年度	a	b	R^2
	2008	1.73	−0.0230	0.955
	2009	1.79	−0.0234	0.961
	2010	1.83	−0.0244	0.861

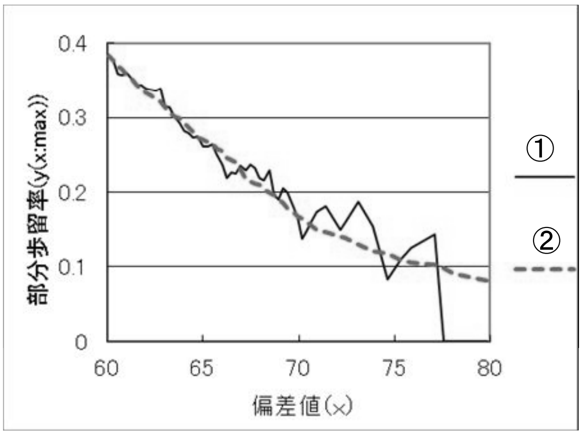

図 5 本学薬学科 2009 年度一般入試（B 方式）における部分歩留率変化 ①;実測値，②;回帰値

4.2 入学者数予測法への応用の可能性の検討

先ず，前報（菅田，2011）を参考に数年間分は自分の大学（学部）の点歩留率 $y(x)$変化を調べる。点歩留率 $y(x)$がロジスティック関数

で表されるなら，その $y(x:max)$ グラフ（図 1B）を描いてみる（$y(x)$が他の関数で表されるなら 3.1 と 3.2 を参考に必要な $y(x:max)$ グラフを描く）。そのグラフから，予測に必要な直線なり 2 次関数を安心して当てはめ得る偏差値（x）域を知れば，前報（菅田，2011）より簡便なここに示す入学者数予測法が可能となるだろう。以下に本学薬学部薬学科の例を示す。

2008 年度から 2010 年度までの本学薬学科の正規合格の最低点は x=60 前後であり，補欠繰上合格の最低点はこれより数点低い程度である。一方，図 1B 中の $y(x:max)$ は x=55〜65 あたりはほぼ直線とみなせる（変曲点は x=58.75 付近）。さらに，図 5 によると x=60〜65 付近は実測値と回帰値の一致もよく，かつ直線として扱ってよさそうである。このことは x=60〜65 付近の実測値 $y(x:max)_0$ に(4)式

$$y(x:max) = a + bx \qquad (4)$$

で表される直線を最小二乗法により当てはめた場合の R^2 の値（表 2）が十分大きいことからも裏付けられる。また，(4)式のパラメーターの年度間の違いもそれほど大きくはない（表 2 と図 6）。

したがって，正規合格者の x=60〜65 付近の実測値 $y(x:max)_0$ に最小二乗法により直線を当てはめ，それを x=55〜60 あたりにも適用して，本学薬学科の正規入学者数の予測に使うことは十分可能と考える。累積予想入学者数 $e(x:max)$ は，(1)’’式を変形した次式

$$e(x:max) = y(x:max) \times p(x:max)$$

により容易に求まる。この方法は，x=65 以上の $y(x:max)$ の実測値は必要としないこと，最小二乗法は直線の当てはめでよいことなどから，前報（菅田，2011）より少ない労力で予測ができそうである。また，$y(x:max)_0$ のばらつきも小さいことより，前報（菅田，2011）の方法に，この簡便な方法も付け加えれば，多くの教員に安心感を与えることができるのではないかと思う。

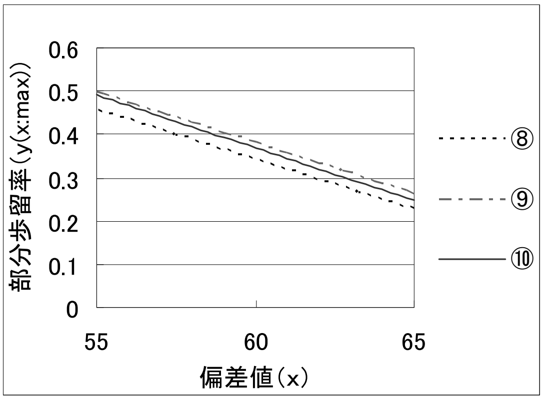

図 6　部分歩留率の回帰直線　表 2 の(4)式のパラメーター参照 ⑧;2008，⑨;2009，⑩;2010 年度

5 考察

点歩留率 $y(x)$ と部分歩留率 $y(x:max)$ の関係（3.2）について見てみると，$y(x)$ が定数の場合には $y(x:max)$ も定数であり，その値も変わっていない。しかし，$y(x)$ が定数以外の場合には，いずれの $y(x)$ の場合にも $y(x:max)$ は元の $y(x)$ とは異なっている。

点歩留率 $y(x)$ がロジスティック関数の場合は，その $y(x:max)$ は，$y(x)$ とは明らかに異なるものの，同様の逆 S 字型となった。この逆 S 字型曲線は，最小二乗法で求めたこの曲線に最も近いロジスティック曲線と重ね合わせることができなかった（3 か所で交差した）ことより，ロジスティック曲線ではないことがわかった。この逆 S 字型曲線は，本学入試の実データからも裏付けられた（4.1）。しかし，$y(x)$ が 2 次関数の場合にも，その $y(x:max)$ は逆 S 字型となった（3.2 の 4)）。これらの結果に，$y(x)$ が 1 次関数の場合の微妙な結果（3.2 の 3)）を加味すると，「x と $y(x)$ に負の相関がある場合に $y(x)$ のグラフが下に凸の部分を含む場合には $y(x:max)$ のグラフは逆 S 字型となる」と言えそうである。つまり，「$y(x)$ がロジスティック関数なら，その $y(x:max)$ は逆 S 字型のグラフとなる」ということは言えるが，逆は言えないことになる。やはり，「歩留率モデル」のモデル曲線にロジスティック曲線を用いたこと

の妥当性は 2.3 も合わせて考える必要があるようだ。

また，自分の大学の $y(x)$ または $y(x{:}\,max)$ の全体像を知った上なら，$y(x{:}\,max)$ を簡便な入学者数予測に使うことは十分可能と考える(4.2)。ただ，本学薬学部の結果（菅田，2011）から考えると，補欠繰上合格者の $y(x)$ または $y(x{:}\,max)$ 曲線は，正規合格者の $y(x)$ または $y(x{:}\,max)$ 曲線と若干異なる可能性があることに注意すべきであろう。

6 結語

実測の部分歩留率のバラツキは，点歩留率のバラツキと比べて，予想どおり小さくなった。「歩留率モデル」に基づくという条件付であり，関数を求めることもできなかったが，偏差値 x と部分歩留率との相関（逆 S 字型の負の相関）を明らかにできた。この相関は x と歩留率との相関とみなすことができる。これは歩留率の性質の一端を明らかにしたということであり，その性質を知った上でなら，歩留率（厳密には部分歩留率）を入学者数予測に使用することもできるであろう。その簡便な予測方法の可能性を示した。相関が本学薬学部入試の実測値とよく一致したことは，「歩留率モデル」の妥当性を裏付けているし，入学者数予測において関係教員に安心感を与えることになる。

参考文献

市原清志 (1990).『バイオサイエンスの統計学－正しく活用するための実践理論』南江堂.

川瀬雅也・内藤浩忠 (2010).『化学のための数学入門』化学同人.

蔵守伸一 (1995),『手にとるようにわかる EXCEL 計算・関数』オーム社.

室淳子・石村貞夫 (2003).『Point 統計学　平均・分散・標準偏差』東京図書.

Pagano,M. and Gauvreau,K.(2000). ”Principles of Biostatistics (2nd edition)”Brooks/Cole（竹内正弘監訳 (2003).『ハーバード大学講義テキスト 生物統計学入門』丸善

菅田節朗 (2011).「入学者数予測のための簡便な回帰分析法」,『大学入試研究ジャーナル』, **21**, 199-205.

高橋信 (2005).『マンガでわかる統計学　回帰分析編』, オーム社.