【ノート】

授業の難易度と不合格点を考慮したGPAの提案

石原 正道（郡山女子大学），佐久間邦友（郡山女子大学）

近年，大学では成績評価にGrade Point Average (GPA)が導入されつつあるが、GPAにはいくつかの問題点が指摘されている．本論文では，standard score GPA をもとに新たな GPA を提案する．新たなGPAではGrade Point (GP) の定義に(1) 素点における不合格点を考慮する，(2) GPの最高値を定めるための素点の基準点，を導入する．GP の再定義により，(a) 素点から文字成績を経由し GP に変換する際の変換誤差の除去，(b) 科目間の難易度調整，(c) 不合格点の考慮，を取り入れたGPAを定義した．新しいGPAの定義により標準的なGPAの問題点をほぼ解消される．

1 イントロダクション

大学教育では教育の質の保証を担保するため様々な施策が取られている．これらの施策に成績評価制度である Grade Point Average (GPA) 制度や履修単位に上限を課すCAP制度があり急速に普及した．平成25年度には学部段階においてGPA制度を導入している大学数は528大学(72%)に及んでいる(文部科学省, 2013)．現在大学でGPA制度の活用が始まっており，GPAによる進級基準の設定や単位履修の指導が行われている．また海外に目を向けると高等学校でもGPAが用いられ大学進学時に利用されている．日本国内の大学進学に目を向けると，近年は様々な入試制度が設けられている．これまでにも入試制度と入学後の成績の関係について議論されてきた．GPA制度の導入後，入学後のGPAによる成績と入試制度との関係が議論されている(大作勝 南部広孝, 2007; 池田文人, 2009)．この関係性が適切に評価されるためにはGPAが適切な指標となっている必要がある．

日本国内においてGPAは普及してきたものの，いくつかの問題点があることが知られている．GPA制度は，近年求められている厳格な成績評価を行うための制度の一つと考えられている(文部科学省, 1998)．この目的のためにGPA制度を用いる場合はGPA自体に曖昧さがないことが要求されるが，実際にはGPAに曖昧さがあることが知られている．一般にGPAの計算では，素点から得られた文字成績(LG)から Grade Point (GP) に変換する．この変換のために誤差が生じ，素点による成績順位とGPAによる成績順位に入れ替わりが生じうる．またGPAでは単位数を考慮しているが難易度は考慮していない．このために難易度が高い授業を履修すると，能力が高いにもかかわらずGPAは低くなりかねない．他にも，GPAで表示すべき桁数として何桁とるべきか，などの問題がある．

これらの問題を解決するため，新たなGPAが提案されている．難易度を考慮したGPAとして，相対評価基準によりGPを付与する relative GPA (rGPA) (林直嗣, 2010; 稲垣麻央 能上慎也, 2013a; 稲垣麻央・能上慎也, 2013b)，標準化による調整を行った standard score GPA (林直嗣, 2010; 稲垣麻央・能上慎也, 2013a; 稲垣麻央・能上慎也, 2013b)，授業の難易度を不合格者の割合で判断できるとし難易度を定めた GPA_3^* (稲垣麻央・能上慎也, 2013a; 稲垣麻央・能上慎也, 2013b)， LGの割合により難易度を算出しGPAに組み込む GPA_4^* (稲垣麻央・能上慎也, 2013a; 稲垣麻央・能上慎也, 2013b)，などが提案された．変換誤差をなくすためのGPAとして functional GPA (fGPA) (林直嗣, 2010; 半田智久, 2012)が提案された．また表示桁数については有効数字の考え方を援用した議論がなされている(尾崎徹・井上光, 2015)．

これらの新しいGPAでは部分的に問題が解決されているが，いくつかの不満点が残っている．まず，ある種のGPAでは変換誤差が生じていることである．難易度を考慮したGPAでも，LGを経由することで誤差が生じている．次に，これらのGPAは必ずしも不合格点を考慮していないことである．難易度を考慮していないGPAでは不合格点を考慮しているものもあるが，多くの場合は素点にみられる不合格点が考慮されていない．これらのことから分かるように，現在標準的に用いられているGPAや新たに提案されたGPAは，まだ全ての問題を解決しているわけではない．

本研究では，これまで提案されたGPを踏まえて新たなGPを定義する．このことにより上記の問題点，(a) 変換誤差の問題，(b) 科目間の難易度調整の問題，(c) 不合格点の未考慮の問題，を解決することを目的とする．本論文では実用面を考え、容易に運用可能なGPを導入することとする．

本論文は以下の通り構成されている．第2節ではGPAの定義を概観し，その問題点を確認する．第3

節では新たなGPを定義し，このGPに基づくGPAの性質について記述する．最終節は議論とまとめにあてる．

2 様々なGPA

当初のGPAに存在する問題点を克服するため，新たなGPAが提案されている．本節では当初のGPAおよび新しく提案されたGPAを概観する．

一般的なGPAは，各授業でのLGに対して割り当てられたGPを単位数の重みで足しあげ，履修単位数で除したものである．GPAは次式で与えられる．

$$\mathrm{GPA} = \frac{\sum_{j:\text{履修授業}} \left(\text{授業 j の GP} \times \text{授業 j の単位}\right)}{\text{履修総単位数}} \qquad (1)$$

一般的な平均点は合格した科目に対して各科目で得た点数の平均として定義される．このため修得できなかった科目は考慮されていない．また各科目における単位数の差異も考慮されていない．これに対しGPAでは，(a) 各科目の単位数を考慮している，(b) 合格とならなかった授業の単位が組み入れられている，という点が平均点と異なる．

近年普及したGPAではあるが，問題点も有している．GPAの問題点としては，(a) 素点から得られたLGをGPに変換するために誤差が生じること，(b) 科目の難易度は考慮していないこと，があげられる．

簡単な例で(a)の問題について確認しておく．素点が90点以上のときGPを4とし，80点以上90点未満で3とする．また学生Aの科目1,2の素点を90点と80点とし，学生Bの科目1，2の素点は両方とも88点とする．この2科目の単位は2単位であるとする．このとき素点の平均はAが85点でBは88点となり， GPAはAが3.5でBが3.0となる．このように両者の順位は逆転しうる．この原因は素点を（LGに変換し）離散的な数値に変換したことによる．したがって，LGを経由してGPを得る場合には(a)の問題が生じうる．

上記の問題点(a)(b)を取り除くために，いくつかの拡張されたGPAが提案された．具体的なGPAとして， rGPA，fGPA，standard score GPA，GPA_3*，GPA_4*，などがある．以下ではこれらのGPAを簡単に確認し、本稿で問題としている上記の(a)変換誤差の問題、(b) 科目間の難易度調整の問題，および(c)不合格点の未考慮の問題、が解消されているか確認する．

rGPAは相対評価基準によりGPを付与する方式である．相対評価基準とは，下位から割合により区分を定め，それぞれの区分に対応するRelative Grade Point (RGP) を割り振るという基準である．RGPは相対評価基準の各成績段階(%表記)において(最大値+最小値)/40という変換式により算出される．例えば評価を5段階とし，最もGPの高いカテゴリには上位10%（下位からみて 90%から100%）が割り当てられているとする．このとき最上位のRGPは4.75となる．rGPAでは相対基準でGPを定義していることから(b)は解消されているが，(a) (c)は解消されていない．

fGPAは次のように定義される．科目ごとの得点は0点から100点の範囲の成績評点 TS(Test Score) であるとする．GPはLG を介さずに次式により計算する．

$$\mathrm{GP} = (\mathrm{TS} - 55)/\ 10 \qquad (2)$$

60点未満を不合格とする場合は，GPの式(2)に条件を付与する．

$$\mathrm{GP} = (\mathrm{TS} - 55)/\ 10$$
$$\text{ただし}\ \mathrm{GP} < 0.5\ \text{は}\ \mathrm{GP} = 0.0\ \text{とする} \qquad (3)$$

式(2)のGPは成績評点を線形変換したものである．このため式(2)によるGPを用いたfGPAでは、成績評点でつけられた成績の順位を変えないという特徴がある．変換式(2)(3)ではTSから55を引いているが，引く数値は必ずしも55でなくてもよい(半田智久, 2012)．fGPAではLGを経由しないため(a)が解消され，付帯条件により (c)が解消されている．しかし素点をそのまま使っているため (b) は解消されていない．

Standard score GPAは偏差値を用いて定義したGPAである．偏差値に換算しているため，授業の難易度調整が行われている．このGPAでは，偏差値を算出し20で割った値をGPとする．得点が正規分布に従う場合，得点の95%は偏差値30から70に入るので，GPが1.5から3.5の間に成績の95%が入る．このGPを採用する場合，偏差値が0となることはほぼないので，GPが0となることは現実的にはない．standard score GPAはLGを経由しないために(a)が解消されている．また標準化により(b) も解消している．しかし不合格点のことは考慮していないので (c)は解消されていない．

GPA_3*は，授業の難易度を不合格者の割合で判断で

きるとし，この難易度を用いて定義した GPA である．ある授業jの不合格者の割合を X_{j3}%とするとき，難易度 D_{j3} を次式により定義する．

$$D_{j3} = \min(0.2 + 0.05X_{j3}, 2.0) \tag{4}$$

GPA_3^*では D_{j3}を重みとして計算をする．

$$\mathrm{GPA}_3^* = \frac{\sum_{j:\text{履修授業}} (\text{授業 j の GP} \times \text{授業 j の単位} \times D_{j3})}{\text{履修総単位数}} \tag{5}$$

GPA_3^*は不合格者の割合を利用することで (b)を解消している。また不合格者の GP は 0 とされるため，この意味で(c)は解消している．また LG を経由しているので (a) は解消されていない．

GPA_4^*は，LG の割合による難易度を用いて定義される．Grade ごとの比率 (r_S/ r_A/ r_B/ r_C/ r_D) に LG に対応する GP を乗じ，この量を Point of Grade Point (PGP)と呼称する．この PGP の合計値から難易度 D_4 を次式で定める．

$$D_4 = 2.005 - \frac{\sum PGP}{200} \tag{6}$$

GPA_4^*は D_4 を重みとして計算する．あるクラス j の難易度をD_{j4}とするとき，GPA_4^*を次式で定義する．

$$\mathrm{GPA}_4^* = \frac{\sum_{j:\text{履修授業}} (\text{授業 j の GP} \times \text{授業 j の単位} \times D_{j4})}{\text{履修総単位数}} \tag{7}$$

GPA_4^*では難易度を Grade の比率から決めることで(b)を解消している。また不合格者の GP は 0 とされるため，この意味で(c)は解消している．また LG を経由しているので (a) は解消されていない．

以上で各 GPA を概観したが，何れの GPA においても，(a) (b) (c) 全ての問題を解消してはいないことが分かる．そこで次節以降では、 (a)(b)(c)の問題点を(ほぼ)解消するための GPA を定めることとする．

3 難易度と合否の基準を考慮した GPA

3.1 標準化による難易度調整

素点を用いて GP を定義する場合，各科目の難易度差が問題となりうる．とりわけ GPA を進級基準などに利用しようとする場合は，学生は高い GP を取りやすい科目に選択しがちになりかねない．このため難易度調整を行い，GP を定める必要がある．

何によって難易度が図られるかは議論のあるところであろうが，本稿では平均値が一致することを要求する．また平均からの偏差の大きさは各科目における評価のばらつきを示すが，この偏差も科目によって影響がないことを要求する．これらの要求を満たすには標準化を行えばよい．

標準化を行う方法を示す．i 番目の素点をY_iとする．また素点の平均をμ，偏差をσとする．この素点は最低点を 0 点，最高点を 100 点とする(必ずしもこのように最低点と最高点をとらなくてもよい)．また素点は離散的な数値でも連続的な数値でもよい．素点 Y_i から標準化された得点 y_i を次の通り定める．

$$y_i = (Y_i - \mu)/\sigma \tag{8}$$

Y_iが正規分布に従う場合，y_iは平均 0，分散 1 の正規分布に従う．平均が 0 となることで，全体の難易度が調整されている．

他の GP と異なるのは以下に示す値 d, a を使う点である．

合否の判断基準となる素点を D とする．基準点 D は必ずしも 60 である必要はない．D を標準化により変換した値 d とする．すなわち

$$d = (D - \mu)/\sigma \tag{9}$$

とする．ここで注意したいことは，一般に 2 つの異なる授業で平均や分散は異なるから，2 つの授業で同じ合否の最低点 D を採用したとしても，変換後の d の値は異なることである．この事実は次の GP の割り当てに影響する．逆に 2 つの授業で同じ d を採用すれば，合否の基準点 D が授業毎に異なることになる．

次に GP の最大値を定めるための基準 A (A>D)を定める．GP の定義の仕方によって A の決め方は異なる．A (あるいは A から定められる値 a) の決め方は一意的ではなく考え方に依存する．この決め方は第 3.3 節で議論する．

定めた A から標準化により a を次式で定める．

$$a = (A - \mu)/\sigma \tag{10}$$

難易度調整をした GP を定義したいので，この a および d を用いて GP を定めることになる．

3.2 GPA の定義

3.2.1 Letter Grade を用いた GPA の定義

標準的な５段階評価に対して GP を設定するものとする．ここでは評価に対し，1 点刻みで 4 点から 0 点まで割り振ることとする．このために，区間 $[\mathrm{d,a}]$を三等分しこの区分をもとに GP を定める．以下，この GP を Improved grade point (IGP)と名付けることにする．

$$\mathrm{IGP} = \begin{cases} 4\ (y_i \geq a) \\ 3\ ((2a+d)/3 \leq y_i < a) \\ 2\ ((a+2d)/3 \leq y_i < (2a+d)/3) \\ 1\ (d \leq y_i < (a+2d)/3) \\ 0\ (y_i < d) \end{cases} \tag{11}$$

この GP を用いて GPA (IGPA と呼称) を定義する．

$$\mathrm{IGPA} = \frac{\sum_{\mathrm{j:履修授業}}(\text{授業 j の IGP}\times\text{授業 j の単位})}{\text{履修総単位数}} \tag{12}$$

この GPA の定義は GP の定め方が異なるだけで，通常の GPA と同じ定義である．この IGPA では，(b) 難易度調整が行われ，(c) 不合格点(これは素点での性質)が反映されている．ただし，実質的に素点を LG に変換しているので，このことによる誤差は生じうる．

分割の仕方は三等分に限らない．また，分割を均等幅でなく人数比に応じて$[\mathrm{d,a}]$間を分割する方法もある．人数比で分割幅を決めるのは，a, d が授業ごとに異なるためにやや面倒である．

3.2.2 修正された functional GPA の定義

GP の定義を変えると，合否の基準点を考慮した functional GP が得られる．以下，この GP を Improved functional grade point (IfGP) と名付ける．

$$\mathrm{IfGP} = \begin{cases} 4 & (y_i \geq a) \\ \frac{4(y_i - d)}{(a-d)} & (d \leq y_i < a) \\ 0 & (y_i < d) \end{cases} \tag{13}$$

この GP を用いて Improved functional GPA (IfGPA) を定義する．

$$\mathrm{IfGPA} = \frac{\sum_{\mathrm{j:履修授業}}(\text{授業 j の IfGP}\times\text{授業 j の単位})}{\text{履修総単位数}} \tag{14}$$

IfGPA では，(a) 素点を直接 GP に変換しているので誤差が生じず，(b) 難易度調整が行われ，(c) 不合格点(これは素点での性質)が反映されている．変換する関数は単調増加関数であれば他の関数でもよい．また必要に応じて IfGPA から LG へ変換を行えばよい．

厳密にいえば，$y_i > a$および $y_i < d$の領域では，(a) は満たされていない．これは$y_i > a$ や $y_i < d$に対応する成績優秀者あるいは不合格者に，全て同じ IfGP を割り当てるという同一視による．たとえば，$y_i > a$では GP による区別できなくなるが，このことが問題である場合は A をして成績の最高点にととればよい．

本節で定義した GP と素点分布および難易度との関係について確認しておく．IGP や IfGP の定義において，素点の分布が正規分布であることは要求されていない．これらの GP を定めるには平均値と偏差が存在すればよい．難易度の違いは標準化によって調整されている．しかし合否基準 D が科目の依らず一定値である場合は，合否基準による難易度の違いは標準化によって吸収できない．

3.3 値 *a* の定め方

基準点 A は D より大きければどのような値でもよいが，考え方によりいくつかのバリエーションがありうる．

3.3.1 最大点 100 点を考慮する場合

試験の最高点を 100 点とすると，これ以上の高い点はないので 100 点で GP が最大値とならないのは不合理であろう．100 点で GP が最大値を取るためには，基準点 A を次の条件を満たすように定めればよい．

$$0 \leq D < A \leq 100 \tag{15}$$

一般には *a, d* は *y*=0 に対して非対称な位置にある．もし基準点 A 以上で誤差が生じること(二つの得点が区別できないこと)を問題とするのであれば、*A*=100 ととれば良い．

3.3.2 最大点 100 点を考慮しない場合

妥当な GP とするには$D < \mu < A$であることが望ましい．これは$\mu < D$および$\mu > A$の場合，得点分布が正規分布であるとすれば，半数以上が不合格あるいは最高の GP を得るという状況になっているためである．

Aの決め方はまだ定めていないから，Dの状況に応じて場合分けして考えることにする．

● $D < \mu$の場合

基準点Aを人為的に定めることはできる．しかし授業ごとに定めていくことになるので，人為的に定めるより分布の対称性を考慮して定めるほうがよいであろう．正規分布にみられるように、分布が平均値に対して対称であれば$a = -d$となるようにAを定めればよい．この定め方は便宜的ではあるが、対称性のよい分布の場合は一つの候補になるだろう．この定め方は非対称の分布にも適用できる．このAの定め方では

$$A = \mu + a\sigma = \mu - d\sigma = 2\mu - D \tag{16}$$

と与えられる．この場合には，実際にはAを求める必要はない．ただし，この決め方をするとAは100を超えている場合もあり得るので，GPが4となる学生がいないという事態が発生しうる．例えばD=60, μ =85ならばA= 110となり，GPが4の学生はいないことになる． $a = -d$と定めた場合のIGPをあらわに記せば

$$\mathrm{IGP} = \begin{cases} 4\ (y_i \geq -d) \\ 3\ (-d/3 \leq y_i < -d) \\ 2\ (d/3 \leq y_i < -d/3) \\ 1\ (d \leq y_i < d/3) \\ 0\ (y_i < d) \end{cases} \tag{17}$$

となる．

● $D > \mu$の場合

Aを合理的に決める方法はないので，人為的に基準点Aを定めてaを算出することになる．$D > \mu$の場合でもGPは定義できるが，半数以上が単位を修得できない授業であること意味するので，講義としては望ましいとは言いがたい．この場合でも，GPを定める式として式(11)(13)を用いることができる．

$D < \mu$と同様に検討すべき事項として$\mu > A$となる場合がある．この場合は多くの（おそらくは半数以上の）学生が最も高いGPを得ることになる．このことが妥当であるかどうかは授業の目標によるので，$\mu > A$を許容するという考え方もありうる．

4 議論

本稿では，(a) 変換誤差を(ほぼ)なくし，(b) 難易度調整をし，(c) 合否の基準点を考慮したGPAを定義した．本稿での定義において重要な点は，如何に妥当なGPを定義するかであった．いくつかの可能性を示したが妥当なGPAはどのGPAであろうか．

あらたなGPAを提示する目的の一つは難易度調整であった．これは難易度調整をしないとGPAが高くなりやすい科目が選択されかねないためである．この目的を鑑みるのであれば，GPの最高値が異なることは望ましくない．したがって，素点の最高点を考慮してGPの最高値がどの授業でも一致するようにGPを定めるべきである．

またGPAの問題点の一つは，標準的なGPAの計算で誤差が生じることであった．このことを避けるにはLGを経由しなければよいのでIfGPAを用いればよい．もし，このIfGPAで概略を把握しにくいということであれば，IfGPの値でLGを定めればよい．つまり，素点，LG，GPの順に求めるから誤差が生じるのであって，素点，GP，LGの順に求めれば誤差は生じない．

本論で定義したGPでは素点における不合格点Dを用いるため，極端に難易度の高い授業においては，本論で定義したGPにおいても多くのGP=0となる不合格者が生じうる．これはGPの問題というよりは授業の難易度の設定の問題であり，許容するかどうかは指導者の裁量であろう． 回避するには(a) 合否基準となる素点を変更する，あるいは (b) 得点の標準化後の比率によりGPを定める，などの方策が考えられる．これらの回避方法は初期の合否基準を変更することを意味するから，望ましいかどうか判断が必要となる．

以上のことを踏まえると， IfGPA(式(13))の計算において， GPの最大値の基準値A, 不合格の基準値Dを与える方法が妥当であろう．この方法により，(a) 変換誤差の問題，(b) 科目間の難易度調整の問題，(c) 不合格点の未考慮の問題，はほぼ解消している．成績がA以上の場合に変換誤差が生じることが問題となるのであれば， Aを素点の最高点にとればよい．

個々の授業における平均値μや標準偏差σを計算することは容易である．このため，GPを定めることになるA, Dの数値が固定であれば，運用上も大きな問題とはならないであろう．

参考文献

半田 智久 (2012). 「GPA算法の比較検証：従前のGPAからfunctional GPAへの移行とその最適互換性をめぐって」，『高等教育と学生支援： お茶の水

女子大学教育機構紀要』, 2, 22-30.

大作 勝・南部広孝, (2007), 「長崎大学の AO 入試 5 年間を総括する」, 『大学入試研究ジャーナル』, 17, 33-38.

尾崎 徹・井上 光 (2015),「GPA の適正な有効数字」, 『広島工業大学紀要教育編』, 14, 23-28.

文部科学省 (1998), 「21 世紀の大学像と今後の改革方策について —競争的環境の中で個性が輝く大学— (答申) (平成 10 年 10 月 26 日 大学審議会)」, URL http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/old_chukyo/old_daigaku_index/toushin/1315932.htm, アクセス日 2016 年 6 月 29 日.

文部科学省 (2013),「大学における教育内容等の改革状況について（平成 25 年度）」, URL http://www.mext.go.jp/a_menu/koutou/daigaku/04052801/1361916.htm, アクセス日 2016 年 5 月 14 日.

林 直嗣 (2010), 「大学教育のガバナンスと成績評価基準(下) =質保証と GPA 制度=」, 経営志林 47, 1-24.

池田 文人 (2009)「入試区分による入学後の学業成績の優劣の検証」, 『大学入試研究ジャーナル』, 19, 95-99.

稲垣 麻央・能上 也 (2013a), 「科目難易度を考慮した GPA に関する研究方式の比較評価」, 『情報科学技術フォーラム講演論文集 第 4 分冊』, 12, 619-620.

稲垣 麻央・能上 慎也 (2013b), 「科目難易度と個人成績を考慮した新しい GPA の提案」, *IEICE technical report*, 113, 15-22.