

「言語運用力」と「数理分析力」の問題項目の特徴の再検討

牧野 直道 (大学入試センター)

大学で学ぶための基本的能力を「言語運用力」と「数理分析力」という2つの分野から測定する試験が先行研究で提案されており、その問題項目の特徴を多重対応分析によって分析した結果が椎名ほか(2017)で報告されている。しかし、椎名ほか(2017)の分析では、一般的な次元数決定のプロセスに基づいておらず、次元数決定の判断の適切さが議論されていないこと、研究目的に適した分析方法が用いられていないという統計上の課題がある。本研究では、これらの課題に対応する形で椎名らと同じ解答データの再分析を行った。多重バッテリー因子分析による再分析の結果、最終的に2次元解を採用した。次元性の構造は異なるものの、得られた2次元解は、椎名らでも報告されている2つの項目群に対応すると解釈できた。

キーワード：項目分析, 次元性, 多重バッテリー因子分析

1 はじめに

1.1 「言語運用力」と「数理分析力」の測定

椎名ほか(2014)では、既存の教科・科目別の学科試験とは異なる観点から、大学で学ぶための基本的能力を評価することを目的とした試験が提案されている。その試験では、大学で学ぶための基本的能力を「言語運用力」と「数理分析力」の2つの分野に整理している。「言語運用力」は、「一定の意味を有する言葉のまとまりであるテキスト(文章, または発話を文字として提示したもの)から必要な情報を読み取り、その情報を運用して知的活動に結びつける能力」(伊藤ほか, 2014)、「数理分析力」は、「数理的な理解力, 思考力, 問題解決能力を測定するために、数と式, 関数に関する計算の能力に加えて、定義・ルールの理解と適用, グラフや数表からの内容の読み取り, 数理的な思考力による問題解決に関する能力」(桜井ほか, 2014)とそれぞれ定義される。複数の先行研究において、様々な観点から開発された「言語運用力」と「数理分析力」を測定する試験の分析が行われている(伊藤ほか, 2015; 桜井ほか, 2015; 椎名ほか, 2016, 2017)。

1.2 椎名ほか(2017)の分析上の課題点と研究の目的

椎名ほか(2017)では、実査で収集された解答データを用いて、問題項目間の関係性に着目し分析した結果が報告された。実査で用いられた問題項目は多肢選択式もしくは空欄に数字を入れる形式であり、2値(正答を1, 誤答を0)で採点された。2値データでは、主成分分析(Principal component analysis; PCA)と多重対応分析(Multiple correspondence analysis; MCA)の結果は本質的に同一となる(e.g., 足立・村上, 2011)。椎名ほか(2017)では、解答データに対して

MCAを適用し、3次元解に基づいて項目の特徴が検討された。なお、3次元解の各次元は以下のような解釈ができる」と報告されている。

1次元目：総合的な学力評価を表す次元

2次元目：数や式の扱いや比較的単純な法則を理解する能力を要する項目と、論理性の強い問題を解決する能力を要する項目を区別する次元

3次元目：より高次の思考を要する項目かどうかを区別する次元

上記のMCAの結果は、測定したい能力である「言語運用力」と「数理分析力」と整合的であり、椎名ほか(2017)では、出題した問題は分析対象とした問題項目の妥当性が示唆されると結論付けられている。しかし、統計的な観点から見ると、この報告結果には2つの課題が存在する。

1つ目の課題は、次元数の決定方法がブラックボックスになっているという点である。MCAでは、分析者が次元数を決定する必要があり、椎名ほか(2017)では3次元解が採用されている。一般的には、次元数を評価する複数の指標を計算し、解釈可能性や理論も考慮して、最終的な次元性が決定される(Fabriger et al., 1999)。椎名ほか(2017)では、次元数の決定にあたっての参考情報として、解答結果データの固有値が報告されている。しかし、3次元解を採用した理由は説明されておらず、判断の適切性について評価ができないという問題がある。

2つ目の課題は、分析に利用した統計手法の課題である。椎名ほか(2017)の分析目的は、出題した問題項目間の関係性を検討することであった。変数間の関係性の把握が分析目的である場合には、椎名ほか(2017)で採用されたMCA・PCAではなく、探索的因子分析(Exploratory factor analysis; EFA)による

分析が適切であることが知られている (Fabrigar et al., 1999; Preacher and MacCallum, 2003; Widaman, 2018)。しかし、「言語運用力」「数理分析力」の試験では、大問形式による出題が行われており、EFA をそのまま分析に用いることが難しい。大問形式の出題では、ある問題の正誤が、他の問題の正誤に影響を与えるなど、測定の独立性 (Lord and Novick, 1968) が担保されているとは考えにくく、EFA の重要な仮定である局所独立性の仮定が満たされないといった影響が生じる。そのため、椎名ほか (2017) では、次善の対応策として MCA・PCA を分析に用いたと考えられる。Browne (1980) は、今回の試験のような大問形式の影響を考慮した因子分析法として、多重バッテリー因子分析を提案した。この方法を用いることで、椎名ほか (2017) で指摘された局所独立性の問題を回避しつつ、当初の目的に即した分析が可能になる。

一般的な試験開発プロセスは、①試験の基本設計の策定、②問題項目の作成、③予備テスト、④試験や問題項目の性質を調べるための分析、⑤問題項目の選定、⑥解釈基準の策定といった手順で構成される。この手順は一方通行ではなく、④の分析結果を踏まえて、①～③に戻って必要な見直しが行われる (e.g., 熊谷・荘島, 2015; 加藤, 2023)。椎名ほか (2017) では、上記で指摘した2点の統計的課題があることから、手順④で確認すべき観点が十分に検証できておらず、その結果として試験や問題項目の性質の評価が適切に行えていない可能性がある。

上述の課題意識のもと、椎名ほか (2017) と同じ解答データを用いて、上記2点の課題点に対処した分析を行うことにより、「言語運用力」と「数理分析力」を測定する項目の特徴を再検討することが本研究の目的である。本研究では、はじめに次元数を評価する指標を複数用いて、適切な次元数を検討する。次元数を評価する指標として、最小平均偏相関 (MAP; Velicer, 1976)、平行分析 (Horn, 1965)、正分類率 (Adachi, 2004) の3つの指標を用いる。続いて、MCA の代わりに、多重バッテリー因子分析 (Browne, 1980) を用いて、大問形式の影響を考慮した上で、項目と因子間の関係について因子分析を行う。

1.3 表記法

以降の説明に当たり、共通する表記法を記す。 $\mathbf{X}=[\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_p]$ を n 個体 $\times p$ 項目の解答データ行列、解答データの相関行列 (p 項目 $\times p$ 項目) を \mathbf{R} とおき、 \mathbf{R} の固有値分解を $\mathbf{V}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}'$ と表す。rank(\mathbf{R})= r とすると $\mathbf{\Lambda}=\text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_r)$ は r 次元 $\times r$ 次元の降順に並べられた固有値

を対角要素にもつ対角行列、 $\mathbf{V}=[\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_r]$ は各固有値に対応する固有ベクトルで構成される p 項目 $\times r$ 次元の行列である。本研究では、 \mathbf{R} はフルランク、すなわち $r=p$ とする。

2 次元性の指標

2.1 最小平均偏相関 (MAP)

適切に共通因子が抽出できていれば、共通因子の影響を除いた観測データ間の偏相関は 0 に近づく。これは、共通因子を取り除いた後の独自因子間に別の共通因子が存在していないとみなすことができ、因子分析の次元数として妥当だと考えられる (Velicer, 1976)。この考え方のもと、MAP では、以下の手順に基づいて最適な次元数を決定する。

手順 1-1. 偏共分散行列 $\mathbf{C}^*=\mathbf{R}-\mathbf{V}_d\mathbf{\Lambda}_d\mathbf{V}_d'$ を計算する。

$\mathbf{V}_d=[\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_d]$, $\mathbf{\Lambda}_d=\text{diag}(\delta_1, \dots, \delta_d)$ である。

手順 1-2. 偏共分散行列 \mathbf{C}^* から、偏相関係数行列

$\mathbf{R}^*=\text{diag}(\mathbf{C}^*)^{-1/2}\mathbf{C}^*\text{diag}(\mathbf{C}^*)^{-1/2}$ を計算する。

手順 1-3. \mathbf{R}^* の非対角要素の2乗の平均 f_d を計算する。

手順 1-4. 手順 1-1 から手順 1-3 を各 $d(d=1, \dots, p-1)$ で繰り返し、最も小さい f_d を最適な次元数と考える。

2.2 平行分析

固有値に基づく次元数の決定方法に、カイザー・ガットマン基準がある。この方法では、観測データの相関行列の固有値のうち1以上の値をとる固有値の個数を最適な次元数と判断する。カイザー・ガットマン基準は標本変動を考慮していないことから因子数を過大推定する傾向があることが知られている。

Horn (1965) はカイザー・ガットマン基準の課題に対応する方法として、平行分析を提案した。平行分析では、観測データと同じサンプルサイズ・項目数をもつランダムなデータを生成し、ランダムなデータの相関行列の固有値から求めた参照値を用いることで標本変動の影響を考慮した上で次元数が決定される。Horn (1965) では、参照値として、ランダムなデータの固有値の平均が用いられている。しかし、その後の研究において、平均を参照値とした場合には、次元数を過大に評価する傾向があることが指摘された。Buja and Eyuboglu (1992) は、その問題に対処するため、参照値として平均ではなく、95 パーセンタイル点を用いることを提案した。本研究では、Buja and Eyuboglu (1992) で提案された方法に基づいて、平行分析を行う。具体的には、以下のような手続きに

よって平行分析による最適な次元数を決定する。

手順 2-1. \mathbf{X} と同じサンプルサイズ・項目数をもつランダムなデータを t 個生成する。

手順 2-2. 各 t 個のランダムなデータの相関行列を求め、それぞれの相関行列から固有値を計算する。

手順 2-3. \mathbf{R} の第 d 固有値とランダムなデータの第 d 固有値の 95 パーセンタイル点を比較し、ランダムなデータの固有値の方が大きくなる前までの次元数を採用する。

2.3 正分類率

MCA には同一の解を与える複数の定式化があることが知られており、その定式化の中に等質性分析 (Gifi, 1990) がある。等質性分析では、「個体得点と、その個体が該当するカテゴリの得点は等質である」という仮定 (等質性仮定) のもとで、解が推定される。

ここで、MCA の d 次元解において、個体得点と各項目のカテゴリ得点間の距離をそれぞれ計算し、個体得点とその個体を選択したカテゴリ得点間の距離が最も小さくなる場合に等質性仮定が満たされていると考える。また、 θ_{ij} を個体 i が第 j 項目において等質性仮定が満たされていると判断される場合に 1、そうでない場合に 0 をとる変数とおく。これは、 d 次元解において、個体が該当カテゴリに正しく分類されるときに 1、そうでないときに 0 の値をとっているとも解釈することができる。Adachi (2004) では、正しく分類されたと判断されたケースを個体・変数を通して集計した結果の比率を正分類率 CCR_d として定義し、この値を用いて次元数を決定する方法を提案した。具体的には、次のような手順で正分類率に基づいた最適な次元数が決定される。

手順 3-1. 1 次元解に基づく正分類率 CCR_1 を求め、 $CCR_1 \geq 0.8$ の場合には、1 次元解を最適と判断する。 $CCR_1 < 0.8$ の場合には、手順 3-2 に進む。

手順 3-2. CCR_d ($d=2, \dots, p-1$) をそれぞれ求める。

手順 3-3. $\eta_d = (CCR_d - CCR_{d+1}) - (CCR_{d+1} - CCR_d)$ を求め、最も値が大きくなる η_d を最適な次元数と考える。

3 多重バッテリー因子分析

大問形式のように測定の実独立性が満たされないデータに対応するための探索的因子分析法として、Browne (1980) は、多重バッテリー因子分析を提案した。通常の因子分析では、独自分散共分散行列は対角行列であると仮定している (局所独立性の仮定)。

一方で、多重バッテリー因子分析では、ブロック対角行列と仮定されており、同一のテストバッテリー内 (大問内) では、独自分散が許容される。すなわち、独自分散共分散行列が対角行列という仮定をブロック対角行列と緩和することで、大問形式の影響を考慮した上で分析できる。

近年、モデル部分をすべてパラメータ行列として因子分析を定式化する行列分解因子分析 (Adachi, 2012; de Leeuw, 2004; Sočan, 2003; Stegeman, 2016; Unkel and Trendafilov, 2010) に関する研究が進展している。本研究では、牧野 (2025) が提案した行列分解因子分析に基づく多重バッテリー因子分析の推定法を利用して、分析を行う。

ここで、 \mathbf{F} を n 個体 $\times d$ 因子の共通因子得点行列、 \mathbf{A} を n 個体 $\times d$ 因子の共通因子得点行列、 \mathbf{U} を n 個体 $\times p$ 項目の独自因子得点行列、 Ψ を p 項目 $\times p$ 項目の独自因子係数行列、 \mathbf{E} を n 個体 $\times p$ 項目の誤差行列とすると、行列分解因子分析に基づく多重バッテリー因子分析のモデルは次のように表現できる。

$$\mathbf{X} = \mathbf{F}\mathbf{A}' + \mathbf{U}\Psi' + \mathbf{E}$$

また、各パラメータには以下の仮定がおかれる。

$$1'\mathbf{F} = \mathbf{0}', \quad n^{-1}\mathbf{F}'\mathbf{F} = \mathbf{I}$$

$$1'\mathbf{U} = \mathbf{0}', \quad n^{-1}\mathbf{U}'\mathbf{U} = \mathbf{I}$$

$$\Psi = b\text{-diag}(\Psi_1, \dots, \Psi_g)$$

$$\mathbf{U}'\mathbf{F} = \mathbf{0}$$

今回分析対象とするデータは大問形式であり、 p 個の項目の解答が g 個の大問で構成されるとすると、解答データ行列は $\mathbf{X} = [\mathbf{X}_1, \dots, \mathbf{X}_g]$ と表現できる。通常の行列分解因子分析において、 g 個の大問に対応する独自因子係数行列をとブロック対角行列になるという仮定に変えることで、多重バッテリー因子分析のモデルを表現している。パラメータの推定アルゴリズムの詳細は、牧野 (2025) を参照されたい。

4 「言語運用力」と「数理分析力」データの再分析

4.1 分析対象のデータ

椎名ほか (2017) と同じ解答データ (東京都内の 5 つの国立大学の 1 年生 276 名の 31 項目の正誤データ) を使用する。同研究では、276 名を 2 つの群に分け、各群の受検者は合計 9 つの大問 (大問 5 は各群で異なる問題、それ以外の大問は共通問題) に解答するという調査デザインがとられていた。椎名ほか (2017) と同様に、本研究でも大問 5 を除く共通問題を分析対象とする。

詳細な分析に先立ち、平均、標準偏差、変数間の相関係数などの基礎的な記述統計量を確認したところ、

大問4の内、4-1と4-2が同じ解答パターンを示しており、項目間の相関係数が1となっていた。椎名ほか(2017)では、4-1と4-2はそのまま分析に使用されていたが、これらの項目は実質的に同じ項目であると考えられることから、本研究では1つの項目として集約して分析を行った。よって、以降の分析では、276名×30項目の解答データを使用する。

大問と測定する能力との対応関係は表1のようにまとめられる。「言語運用力」はL1(情報の把握), L2(内容の理解), L3(推論と推察), 「数理分析力」はM1(数理的な表現・原理の理解), M2(数理的な概念・法則性の理解), M3(資料からの情報抽出。整理), M4(機能的・演繹的推論の適用)という能力の下位分類ラベルをそれぞれ持つが、本研究ではそれらをまとめた「言語運用力」と「数理分析力」の分析に焦点をあてる。各項目と分類ラベルの対応関係の詳細は、椎名ほか(2017)の表2を参照されたい。

表1 大問の構成と対応する能力

大問	項目数	言語運用力 (L)	数理分析力 (M)
1	1	●	
2	7		●
3	2	●	
4	6		●
6	4		●
7	4	●	
8	3	●	●
9	3	●	●

注) 椎名ほか(2017)では大問4の項目数は7だが、本研究では4-1と4-2を同一の問題として扱うため、項目数が6となっている。

4.2 次元数決定のための各指標の結果

再分析対象のデータに対して、2節で説明した各方法で最適だと判断された次元数の結果を表2に示す。MAPでは3次元、平行分析では4次元、正分類率では2次元と指標間で指示する次元数が異なる結果が得られた。

表2 各指標が支持する次元数

指標	MAP	平行分析	正分類率
次元数	3	4	2

注) 平行分析では、 $t=500$ のランダムデータを生成し、参照値を求めた。

4.3 多重バッテリー因子分析の推定結果

実際のデータ分析では、指標間で支持される次元数が異なる場合も多くあり、最終的には推定結果の解釈

性も踏まえて、採用する次元数が最終的に決定される(Fabriger et al., 1999)。そこで、次元性の各指標の結果を踏まえ、次元数を2~4と設定して多重バッテリー因子分析の推定を行い、それらの解釈可能性を踏まえて、最終的に採用する解を決定する。また、通常の因子分析と同じく、多重バッテリー因子分析の解には回転の不定性があることから、解釈容易な解を得るために斜交 geomin 回転を行った。紙面の都合上、本論文では2次元解の結果のみを報告する(表3, 4)。論文中に未掲載の3次元解と4次元解の推定結果は、https://osf.io/vgwjs/?view_only=8be4957597d041648170e2d959ec9093から確認できる。

表3 因子負荷量行列(2次元解)

	因子1	因子2
1-1	-0.073	0.478
2-1	0.228	-0.110
2-2	0.360	-0.079
2-3	0.198	-0.087
2-4	0.593	0.079
2-5	0.483	0.054
2-6	0.825	-0.163
2-7	0.198	0.174
3-1	-0.077	0.169
3-2	0.136	0.148
4-1	0.551	0.029
4-3	0.485	0.105
4-4	0.566	0.059
4-5	0.471	0.037
4-6	0.269	0.233
4-7	0.282	0.347
6-1	0.039	0.451
6-2	0.342	0.348
6-3	0.089	0.387
6-4	0.087	0.507
7-1	0.035	0.272
7-2	-0.004	0.294
7-3	-0.026	0.219
7-4	-0.020	0.283
8-1	0.098	0.317
8-2	0.104	0.273
8-3	-0.009	0.258
9-1	0.180	0.202
9-2	-0.064	0.230
9-3	-0.106	0.482

注) 4-1と4-2を合わせた項目は、表では4-1として表記している。

表4 因子間相関行列 (2次元解)

	因子1	因子2
因子1	1.000	0.398
因子2	0.398	1.000

4.4 椎名ほか (2017) との比較と結果の考察

2～4次元解の推定結果を比較すると、3次元解、4次元解はマイナー因子が抽出されていると考えられ、解釈が難しい結果となっていた。そこで、次元数の指標と解釈可能性を踏まえて、本研究では2次元解を最終的に採用した。

表3より、2次元解の第1因子に比較的高い因子負荷を持つ項目は、大問2、大問4、大問6の2、第2因子では、大問1、大問6、大問8、大問9が比較的高い因子負荷を持っていることが確認できる。これは、椎名ほか(2017)で提示された2つの項目群の分類(数や式の扱いや比較的単純な法則を理解する能力を要する項目群と、論理性の強い問題を解決する能力を要する項目群)に対応しており、同様の情報が本研究でも抽出されたと考えられる。

項目群のまとまりという点では類似の結果が得られているが、椎名ほか(2017)と本研究の分析において、次元性の構造に大きな相違点がある。MCAでは、数や式の扱いや比較的単純な法則を理解する能力と、論理性の強い問題を解決する能力が同一の次元上に位置しているのに対し、多重バッテリー因子分析では別の次元の能力として位置づけられている。

椎名ほか(2017)でも議論されているように、数や式の扱いや比較的単純な法則を理解する能力を要する項目群は「数理分析力」、論理性の強い問題を解決する能力を要する項目群は「言語運用力」に概ね対応している。試験において、「言語運用力」と「数理分析力」は、別々の構成概念として設定をされている。試験として測定している構成概念から考えると、椎名ほか(2017)で報告されたMCAの第2次元解は、これらの能力が同一次元の尺度として表現されるということを示唆しており、構成概念と整合的な結果ではない。また、MCAの第1,3次元解も試験として測定を意図した能力と対応をしていない。多重バッテリー因子分析に基づく結果のように、数や式の扱いや比較的単純な法則を理解する能力を要する項目群と論理性の強い問題を解決する能力を要する項目群の2つの因子で構成されていると解釈する方が、試験で測定している構成概念と整合的である。

5 総合討論

本研究では、椎名ほか(2017)の分析における次元性の決定の不明確さと利用した分析法の課題点を指摘し、それらを踏まえた再分析を行った。再分析の結果、2つの項目群のまとまりが確認された。椎名ほか(2017)でも同様の項目群のまとまりが得られることは報告されていた。しかし、試験で測定する構成概念の定義を踏まえると、本研究の分析結果の方がより適切な次元性の構造を示している。すなわち、統計的な課題に対応することで、椎名ほか(2017)では見過ごされていた試験の特徴を適切に評価できることが明らかになったと考えられる。

「言語運用力」と「数理分析力」を測定する試験では、作問のガイドラインが作成されている。椎名ほか(2017)は、問題項目の特徴を明らかにすることを通じて、ガイドラインの改善に寄与する研究と位置付けられる。本研究の結果は、試験開発者とは別の観点から、問題項目の特徴を批判的に検討したものである。椎名らの研究と同様に、今後の「言語運用力」と「数理分析力」を測定する試験の開発で、本研究の分析結果活用され、必要に応じて作問のガイドラインの改善に活用されることが期待される。

謝辞

本研究はJSPS 科研費 24K22753 の助成を受けたものです。

参考文献

- Adachi, K. (2004). "Correct classification rates in multiple correspondence analysis," *Journal of the Japanese Society of Computational Statistics*, **17**(1), 1-20.
- Adachi, K. (2012). "Some contributions to data-fitting factor analysis with empirical comparisons to covariance-fitting factor analysis," *Journal of the Japanese Society of Computational Statistics*, **25**, 25-38.
- 足立浩平・村上隆 (2011). 『非計量多変量解析法 主成分分析から多重対応分析へ』朝倉書店.
- Browne, M. W. (1980). "Factor analysis of multiple batteries by maximum likelihood," *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, **33**(2), 184-199.
- Buja, A., and Eyuboglu, N. (1992). "Remarks on parallel analysis," *Multivariate Behavioral Research*, **27**(4), 509-540.
- de Leeuw, J. (2004). "Least squares optimal scaling of partially observed linear systems," van Montfort, K., Oud, J., and Satorra, A. (eds.) *Recent Developments on*

- Structural Equation Models: Theory and Applications*, Kluwer Academic Publishers, 121-134.
- Fabrigar, L. R., Wegener, D. T., MacCallum, R. C., and Strahan, E. J. (1999). "Evaluating the use of exploratory factor analysis in psychological research," *Psychological Methods*, **4**(3), 272-299.
- Gifi, A. (1990). *Nonlinear Multivariate Analysis*, Wiley.
- Horn, J. L. (1965). "A rationale and test for the number of factors in factor analysis," *Psychometrika*, **30**(2), 179-185.
- 伊藤圭・荒井清佳・椎名久美子・宮埜寿夫・桜井裕仁・小牧研一郎・田栗正章・安野史子 (2015). 「『言語運用力』試験の開発と検討 — 大学新入生に対する 2013 年度調査の結果とその分析 —」『大学入試研究ジャーナル』**25**, 13-20.
- 伊藤圭・宮埜寿夫・椎名久美子・荒井清佳・桜井裕仁・田栗正章・小牧研一郎・安野史子 (2014). 「大学入学志願者の基礎的学力測定のための英語問題の試作とモニター調査による予備的検討 — 正答率分析図を用いた問題内容と受験者の応答の事例分析 —」『大学入試研究ジャーナル』**24**, 59-67.
- Lord, F. M., and Novick, M. R. (1968). *Statistical Theories of Mental Test Scores*, Addison-Wesley.
- 牧野直道 (2025). 「行列分解因子分析アプローチによる多重バッテリー因子分析のパラメータ推定」『日本計算機統計学会第 39 回大会抄録集』, 92-93.
- Preacher, K. J., and MacCallum, R. C. (2003). "Repairing Tom Swift's electric factor analysis machine," *Understanding Statistics: Statistical Issues in Psychology, Education, and the Social Sciences*, **2**(1), 13-43.
- 桜井裕仁・田栗正章・安野史子・小牧研一郎・荒井清佳・伊藤圭・椎名久美子・宮埜寿夫 (2014). 「大学入学志願者の基礎的学力測定のための『数理分析力』の調査とその予備的検討」『大学入試研究ジャーナル』**24**, 51-58.
- 桜井裕仁・田栗正章・安野史子・小牧研一郎・荒井清佳・伊藤圭・椎名久美子・宮埜寿夫 (2015). 「『数理分析力』試験の開発と検討 — 大学新入生に対する 2013 年度調査の結果とその分析 —」『大学入試研究ジャーナル』**25**, 21-28.
- 椎名久美子・桜井裕仁・荒井清佳・伊藤圭・宮埜寿夫・小牧研一郎・田栗正章・安野史子 (2016). 「言語運用力・数理分析力試験の難度の調整の試み」『大学入試研究ジャーナル』**26**, 45-51.
- 椎名久美子・宮埜寿夫・荒井清佳・桜井裕仁・伊藤圭・小牧研一郎・田栗正章・安野史子 (2017). 「多重対応分析による『言語運用力』と『数理分析力』の問題項目の特徴分析」『データ分析の理論と応用』**6**(1), 83-99.
- 椎名久美子・宮埜寿夫・伊藤圭・荒井清佳・桜井裕仁・小牧研一郎・田栗正章・安野史子 (2014). 「大学入学志願者の基礎的学力測定のための枠組みの検討および『言語運用力』についての予備的分析」『大学入試研究ジャーナル』**24**, 41-49.
- Sočan, G. (2003). *The Incremental Value of Minimum Rank Factor Analysis*, PhD Thesis, University of Groningen.
- Stegeman, A. (2016). "A new method for simultaneous estimation of the factor model parameters, factor scores, and unique parts," *Computational Statistics & Data Analysis*, **99**, 189-203.
- Unkel, S. and Trendafilov, N. T. (2010). "Simultaneous parameter estimation in exploratory factor analysis: An expository review," *International Statistical Review*, **78**, 363-382.
- Velicer, W. F. (1976). "Determining the number of components from the matrix of partial correlations," *Psychometrika*, **41**(3), 321-327.
- Widaman, K. F. (2018). "On common factor and principal component representations of data: Implications for theory and for confirmatory replications," *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, **25**(6), 829-847.